

OPTIMIZACIJA PROIZODNOG PROCESA PRIMJENOM IP MODELA

OPTIMIZATION OF PRODUCTION PROCES USING IP MODEL

Amir Marašević
UNIS Pretis d.o.o Srajevo - Vogošća
Igmanska br. 1, 71320 Vogošća, B&H
am_maras@hotmail.com

Izet Bijelonja
Mašinski fakultet Univerziteta u Sarajevu
Vilsonovo setaliste 9, 71000 Sarajevo, B&H
bijelonja@mef.unsa.ba

Mugdim Pašić
University of Delaware - USA and University of Sarajevo - B&H
Sarajevo Graduate School of Business
Skenderija 70/2, 71000 Sarajevo, B&H
pasicm@sgsb.edu.ba

Ključne riječi: Optimizacija, modeliranje, programiranje

SAŽETAK

U ovom radu analiziran je problem modeliranja izbora optimalnog proizvodnog programa upotrebom cjelobrojnog programiranja, gdje je za primjer uzeta proizvodnja autopresvlaka. Optimiziran je profit uz ograničenja potražnje proizvoda na tržištu, broja raspoloživih radnih sati za različite operacije, kao i kapaciteta mašina. Pokazano je da je modeliranjem moguće, osim izbora optimalnog proizvodnog programa, procijeniti raspoložive resurse radne organizacije po pitanju ljudskih resursa i sredstava za rad. Posebno je analiziran problem procjene ulaznih podataka u modelu koji su ključni za pouzdan rezultat. U radu je dat naglasak na uticaju vremena obrade na rezultat modeliranja i istaknut problem smanjivanja vremena obrade obzirom na broj ponavljanja određene operacije. U radu su date preporuke za određivanje vremena obrade u sljedećem koraku optimizacije.

Key words: Optimization, modeling, programming

ABSTRACT

In this paper is presented a modeling problem of selecting the optimal production program by using an integer programming technique with the example of production of an automobile seat

cover. Profit is optimized by the constraints such as product market demand, available working hours for different operations, as well as machines' capacity. Beside the calculation of the optimal production program, it is shown that by using this modeling technique it is possible to analyze other organizational resources as well, such as human resources and technical systems. The problem of estimation of input data is especially analyzed since they are of the utmost importance for the confidentiality of results. The paper's emphasis is on the influence of the processing time on modeling results and the problem of its reduction is highlighted as well with respect to a repetition of certain operations. In the paper recommendations for processing time in the next step of optimization are presented as well.

1. UVOD

Mnoge odluke operacionog menadžmenta uključuju pokušaj optimalnog iskorištenja resursa organizacije. Resursi su obično mašine, radna snaga, novac, vrijeme ili sirovine. Resursi se mogu koristiti da bi se proizveo proizvod (kao što su mašine, namještaj, hrana ili odjeća) ili u servisu (kao što su investicije u nove projekte ili reklamnu kampanju).

Linearno programiranje (LP) i cjelobrojno programiranje (IP) su matematske tehnike koje mogu da pomognu operacionom menadžmentu da donose odluke o optimalnom rasporedu resursa organizacije. U današnje vrijeme LP i IP modeli nalaze primjenu u širokom spektru organizacija [1-5].

U ovom radu analiziran je problem modeliranja izbora optimalnog proizvodnog programa pomoću cjelobrojnog programiranja, gdje je za konkretan primjer uzeta proizvodnja autopresvlaka. Optimiziran je profit uz ograničenja potražnje proizvoda na tržištu, broja raspoloživih radnih sati za različite operacije, kao i kapaciteta mašina.

Pouzdanost rezultata ovakvog modeliranja ne zavisi od matematskog aparata, već od pouzdanosti koeficijenata u modelu. Na primjer, koeficijenti mogu predstavljati potrebna vremena za pojedine akcije (operacije). U slučaju proizvodnje poznato je da se vrijeme proizvodnje proizvoda ili neke operacije mijenja sa brojem ponavljanja operacija (engl. *learning curves*) [6,7]. U radu su analizirani rezultati modela i date preporuke za njegovo poboljšanje u smislu bolje procjene koeficijenata u modelu, odnosno promjeni ovih koeficijenata sa brojem ponavljanja operacija.

2. MODELIRANJE

Cilj modeliranja je izbor optimalnog proizvodnog programa obzirom na profit. Elementi modela su funkcija cilja i ograničenja resursa.

2.1 Definicija funkcije cilja

Proizvodni program organizacije je automobilska galanterija, i to autopresvlake (tekstil, koža i kombinacija tekstila i kože), kao i ručke za ručnu kočnicu. Mogući proizvodni program sa odgovarajućim oznakama proizvoda je kako slijedi: Peugeot (307 T-52, 307 T-56, 407 D2), Golf A5, Renault Laguna (Sport/Alk, Velour, Auditor Spec., Cuir), Renault Megane (BC-84, M5 Mix, M5 koža), BMW ručke (E-46, E-53i M-5).

U tabeli 1 data je dobit za svaki od ovih proizvoda kao i broj proizvoda (za prvu ugradnju) koje je moguće plasirati na tržište.

Tabela 1. Dobit po jedinici proizvoda i potrebe tržišta za proizvodom

PROIZVODI	VAR	PLASMAN / DAN	DOBIT / JED. PROIZV. (KM)
GOLF A5 TEKSTIL	X1	320	c ₁
LAGUNA SPORT/ALK.	X2	230	c ₂
LAGUNA VELOUR	X3	120	c ₃
LAGUNA AUDITORIUM spec.	X4	20	c ₄
LAGUNA CUIR	X5	100	c ₅
PEUGEOT 307 T-52	X6	40	c ₆
PEUGEOT 307 T-56	X7	80	c ₇
PEUGEOT 407 D2	X8	80	c ₈
MEGANE BC-84	X9	50	c ₉
MEGANE M5 MIX	X10	10	c ₁₀
MEGANE M5 KOŽA	X11	10	c ₁₁
BMW ručke E-46	X12	1200	c ₁₂
BMW ručke M5	X13	150	c ₁₃
BMW ručke E-53	X14	400	c ₁₄

U tabeli 1 sa c_i ($i = 1, \dots, 14$) je označena dobit po jedinici proizvoda. Ove vrijednosti su poznate za svaki proizvod. Potrebno je radi dalje analize napomenuti da je najveća dobit po proizvodu za proizvod Megane M5 koža (varijabla X11).

Varijable odlučivanja u modelu su količina dnevne proizvodnje pojedinih proizvoda. Svakom od proizvoda u tabeli 1 su dodijeljene varijable X1,...,X14. Dakle funkcija cilja u modelu je maksimalni profit, to jest

$$\text{Maximum } Z = c_1X1 + c_2X2 + c_3X3 + c_4X4 + c_5X5 + c_6X6 + c_7X7 + c_8X8 + c_9X9 + c_{10}X10 + c_{11}X11 + c_{12}X12 + c_{13}X13 + c_{14}X14 \quad (1)$$

2.2 Analiza resursa

U toku proizvodnje proizvodi prolaze kroz procese krojenja, prosijecanja, širfanja, egalizacije, rezanje traka, pripreme partije, mašinskog šivenja, ručnog šivenja, čepanja, lijepljenja, odlaganja i pakovanja. Za svaki od ovih procesa potrebno je obezbijediti mašine i ljudske resurse. Organizacija raspolaže sa 4 mašine za krojenje, 4 mašine za prosijecanje, jednom mašinom za egalizaciju, 3 mašine za širfanje i 264 za šivanje.

U tabeli 2 data su vremena obrade za sve proizvodne procese kroz koje proizvod prolazi.

Tabela 2. Vremena operacija u minutama

PROGRAM	KROJ.	ŠIV.	RUČ.	EG.	ŠIRF.	REZ.	PRIP.	LJEP.	ČEP.	ODL.	PAK.
GOLF A5	6,889	139,21	0,00	0,00	0,00	0,48	1,03	0,00	0,50	5,70	4,94
SPORT/ALK.	6,95	150,04	0,00	0,00	3,78	0,62	1,035	0,00	0,50	4,40	4,94
VELOUR	5,66	150,12	0,00	0,00	1,225	0,62	1,035	0,00	2,40	5,20	4,94
AUDITORIUM	5,66	150,12	0,00	0,00	1,225	0,62	1,03	0,00	2,40	5,20	4,94
CUIR	5,57	180,46	0,00	0,00	7,40	0,61	0,975	0,00	2,40	6,10	4,94
P-307 T52	8,82	195,96	0,00	0,00	0,00	3,40	1,30	0,00	0,00	4,50	4,00
P-307 T56	8,82	85,12	0,00	0,00	0,00	0,30	1,02	0,00	0,00	3,24	4,94
P - 407 D2	5,34	75,70	0,00	0,00	0,00	0,38	0,52	0,00	0,00	1,60	1,60
MEGANE	7,29	197,80	0,00	0,00	4,23	2,30	1,04	0,00	0,00	5,95	4,94
MEGANE M5	9,56	202,50	0,00	0,00	4,23	2,30	1,04	0,00	0,00	5,95	4,94
MEGANE M5	10,80	216,90	0,00	0,00	4,23	2,30	1,04	0,00	0,00	5,95	4,94
BMW ručke	0,53	2,73	2,00	0,10	0,40	0,00	0,00	2,90	0,00	0,00	0,80
BMW ručke	0,53	2,73	0,00	0,00	0,40	0,00	0,00	3,20	0,00	0,00	0,80
BMW ručke	0,60	2,73	2,00	0,10	0,40	0,00	0,00	2,90	0,00	0,00	0,80

Ograničenja u ljudskim resursima po broju i po stručnosti su kako slijedi: 33 krojača, 8 radnika na presijecanju, 535 švalje, 6 širfera, 2 rezača trake, 4 radnika na pripremi, 6 švalja za ručni rad, 2 egalizera, 12 radnika za lijepljenje, 4 radnika za čepanje, 14 odlagača, 16 pakirca, što ukupno čini 642 zaposlenika.

Ukupno raspoloživo vrijeme u satima radnika pojedinih stručnosti dobijeno je na prema sljedećoj formuli:

$$b_i = 60 \cdot brs \cdot bs \cdot bm \text{ (min)},$$

gdje je brs - broj radnih sati u jednoj smjeni (7,5 sati) po jednoj mašini, bs - broj smjena (dvije smjene, krojenje - tri smjene) i bm - broj mašina.

Na osnovu prethodne analize mogu se definisati ograničenja kako slijedi.

Kapacitet mašina:

- mašine za krojenje

$$6,889X_1 + 6,95X_2 + 5,66X_3 + 5,66X_4 + 5,57X_5 + 8,82X_6 + 8,82X_7 + 5,34X_8 + 7,29X_9 + 9,56X_{10} + 10,80X_{11} \leq 5400 \quad (2)$$

- mašine za prosijecanje

$$0,53X_{12} + 0,53X_{13} + 0,60X_{14} \leq 3600 \quad (3)$$

- mašina za egaliziranje

$$0,10X_{12} + 0,10X_{14} \leq 900 \quad (4)$$

- mašine za širfanje

$$3,78X_2 + 1,225X_3 + 1,225X_4 + 7,40X_5 + 4,23X_9 + 4,23X_{10} + 4,23X_{11} + 0,40X_{12} + 0,40X_{13} + 0,40X_{14} \leq 2700 \quad (5)$$

- mašine za šivanje

$$139,21X_1 + 150,04X_2 + 150,12X_3 + 150,12X_4 + 180,46X_5 + 195,96X_6 + 85,12X_7 + 75,70X_8 + 197,80X_9 + 202,50X_{10} + 216,90X_{11} + 2,73X_{12} + 2,73X_{13} + 2,73X_{14} \leq 237600 \quad (6)$$

Raspoloživo vrijeme radnika:

- ručno šivanje

$$2,0X_{12} + 2,0X_{14} \leq 2700 \quad (7)$$

- rezanje trake

$$0,48X_1 + 0,62X_2 + 0,62X_3 + 0,62X_4 + 0,61X_5 + 3,40X_6 + 0,30X_7 + 0,38X_8 + 2,30X_9 + 2,30X_{10} + 2,30X_{11} \leq 900 \quad (8)$$

- priprema

$$1,03X_1 + 1,035X_2 + 1,035X_3 + 1,03X_4 + 0,975X_5 + 1,30X_6 + 1,02X_7 + 0,52X_8 + 1,04X_9 + 1,04X_{10} + 1,04X_{11} \leq 1800 \quad (9)$$

- lijepljenje

$$2,90X_{12} + 3,20X_{13} + 2,90X_{14} \leq 5400 \quad (10)$$

- čepanje

$$0,50X_1 + 0,50X_2 + 2,40X_3 + 2,40X_4 + 2,40X_5 \leq 1800 \quad (11)$$

- odlaganje

$$5,70X_1 + 4,40X_2 + 5,20X_3 + 5,20X_4 + 6,10X_5 + 4,50X_6 + 3,24X_7 + 1,60X_8 + 5,95X_9 + 5,95X_{10} + 5,95X_{11} \leq 6300 \quad (12)$$

▪ pakovanje

$$4,94X_1 + 4,94X_2 + 4,94X_3 + 4,94X_4 + 4,94X_5 + 4,00X_6 + 4,94X_7 + 1,60X_8 + 4,94X_9 + 4,94X_{10} + 4,94X_{11} + 0,80X_{12} + 0,80X_{13} + 0,80X_{14} \leq 7200 \quad (13)$$

Ograničenje: uslovi tržišta

$$X_1 \leq 320, X_2 \leq 230, X_3 \leq 120, X_4 \leq 20, X_5 \leq 100, X_6 \leq 40, X_7 \leq 80, X_8 \leq 80, X_9 \leq 50, X_{10} \leq 10, X_{11} \leq 10, X_{12} \leq 1200, X_{13} \leq 150, X_{14} \leq 400. \quad (14)$$

Matematski model se sastoji od funkcije cilja (jednačina (1)) i ograničenja definisanih jednačinama (2) do (13) i sistemom jednačina (14). Matematski model je riješen komercijalnim softverom LINDO [8]. Rezultati i analiza rezultata dati su u sljedećem poglavlju.

2.3 Rezultati matematskog modela i analiza rezultata

U tabeli 3 dati su rezultati proračuna koji daju optimalni proizvodni program obzirom na profit.

Tabela 3. Rezultati proračuna: Vrijednosti varijabli.

OBJECTIVE FUNCTION VALUE	
1)	19748.39
VARIABLE	VALUE
X1	238.000000
X2	230.000000
X3	120.000000
X4	20.000000
X5	100.000000
X6	40.000000
X7	0.000000
X8	0.000000
X9	50.000000
X10	10.000000
X11	0.000000
X12	950.000000
X13	150.000000
X14	400.000000

Tabela 4. Rezultati proračuna: Vrijednosti varijabli poravnanja (engl. *slack variable*).

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
CUTTER)	0.000000	2.885179
STANCA)	2777.000000	0.000000
EGALIZ)	765.000000	0.000000
SIRFAN)	65.299995	0.000000
SIVANJ)	107055.335938	0.000000
RUCSIV)	0.000000	0.600000
REZTRA)	221.386612	0.000000
PRIPRM)	960.167114	0.000000
LJJEPL)	1005.000000	0.000000
CEPANJ)	990.027710	0.000000
ODLAGA)	2056.716064	0.000000
PAKOVA)	2046.353882	0.000000
GOLFA5)	82.000000	0.000000
SPORTL)	0.000000	1.448004
VELURL)	0.000000	4.869885
AUDITL)	0.000000	4.869885
CUIRLA)	0.000000	9.629552
P30752)	0.000000	1.752719
P30756)	80.000000	0.000000
P407D2)	80.000000	0.000000
MEG_84)	0.000000	6.667044
MEGMIX)	0.000000	1.217687
MEGKOZ)	10.000000	0.000000
BMWE46)	250.000000	0.000000
BMW_M5)	0.000000	0.980000
BMWE53)	0.000000	0.020000

Iz Tabele 3 se vidi da proizvodi koje predstavljaju varijable X7, X8 i X11 ne ulaze u optimalni proizvodni program. Treba napomenuti da je varijabla X11 predstavlja proizvod autopresvlake Megane M5 koža za koju je najveća dobit po jedinici proizvoda. Iz ovog rezultata treba izvesti zaključak da u slučaju ograničenih resursa profit po jedinici proizvoda ne predstavlja dobar pokazatelj za odabir optimalnog programa proizvodnje. Proizvod autopresvlake MEGANE M5 koža troši mnogo resursa po pitanju mašine za krojenje (10.8 min, tabela 2) tako da nije ušao u optimalni program proizvodnje.

U Tabeli 4 su od 2. do 12. vrste date vrijednosti 'slack' varijabli, odnosno vrijednosti neiskorištenih resursa. U drugoj vrsti se vidi da je 'slack' varijabla mašine za krojenje (CUTTER) jednaka nuli, što znači da je svo raspoloživo vrijeme ove mašine iskorišteno, i da ova mašina predstavlja ograničenje (usko grlo) za uvođenje više proizvoda u program. Iz iste tabele se vidi da su kapaciteti mašina za mašinsko šivanje mnogo veći od potrebnih.

2.4 Pouzdanost rezultata modeliranja

Pouzdanost rezultata modeliranja zavisi isključivo od procjene koeficijenta u modelu. U ovom modelu to su vremena obrade za pojedine operacije. Obzirom da konkretna proizvodna organizacija radi sa trenutno većim programom proizvodnje nego što je model pokazao, veoma je važno ponovo dobro procijeniti ova vremena. Posebno je interesantno saznati kako se vremena obrade smanjuju sa ponavljanjem operacije (engl. *learning curves*) kako bi se i ova činjenica uključila u model.

Postojanje ovakvog model je veoma korisno iz više razloga. U slučaju da su ograničenja samo potražnja tržišta za proizvodom, a ne resursi organizacije modeliranje se svodi na jednostavan proračun profita za koji nije potreban LP ili IP model. Ipak ovi modeli jednostavno preko 'slack varijabli' daju najbrži uvid o neiskorištenim kapacitetima resursa koji mogu po potrebi biti iskorišteni u uvođenje novog proizvoda. U slučaju povećanja potražnje proizvoda na tržištu ili uvođenjem novog proizvoda model dobija puni smisao i predstavlja najefikasniji put za donošenje odluke o uvođenju novog proizvoda.

3. ZAKLJUČAK

U radu je pokazano da rezultati primjene LP ili IP modela mogu biti višestruko korisni operacionom menadžmentu u analitičkom procesu odlučivanja. Pored izbora optimalnog programa proizvodnje model ukazuje i na neiskorištene resurse organizacije, odnosno buduća potencijalna uska grla u proizvodnji.

Za ovakvu vrsta modeliranja veoma je važno dobro procijeniti vremena potrebna za pojedine operacije obrade. Posebno je interesantno problem modelirati uzimajući u proračun smanjenje vremena pojedinih operacija sa njihovim ponavljanjem tokom proizvodnje (engl. *Learning curves*).

Zahvala: Autori duguju posebnu zahvalnost rukovodstvu preduzeća „Prevent Sarajevo d.o.o. Visoko“ koje je omogućilo da se ovaj projekat realizuje.

5. LITERATURA

- [1] H. J. Greenberg, How to Analyse the Results of Linear Programs – Part 1: Preliminaires, *Interfaces*, 23, no. 4 (1993) 56-68.
- [2] A. Orden, LP from the '40s to the '90s, *Interfaces*, 23, no. 5 (1993).
- [3] D.M. Ryan, Optimiyation Earns Its Wing, *OR/MS Today*, 27, no. 2 (2000) 26-30.
- [4] A.H. Bohl, Computer Aided Formulation of Silicon Defoamers for the Paper Industry, *Interfaces*, 24, no. 5 (1994) 41-48.
- [5] L.W. Drees, E.W. Wilbert, Scheduling Experiments on a Nuclear Reactor Using Mixed Integer Programming, *Computers and Operations Research*, 28, no. 10 (2001) 1013-1037.
- [6] M. Weston, *Learning Curves*, Crown Publishing, New York (2000).
- [7] W.I. Zangwill, P.B. Kantor, Toward a Theory of Continuous Improvement and Learning Curve, *Management Science*, 44, no. 7 (1998), 910-920.
- [8] www.lindo.com